Modele atmosfery

Andrzej Kapanowski

23 kwietnia 2024

1 Wstęp

Rozważymy różne modele atmosfery otaczającej Ziemię. Zakładamy, że na poziomie morza gęstość powietrza wynosi $\rho_0 = 1.21\,kg/m^3$, a ciśnienie $p_0 = 1\,\mathrm{atm} = 101325\,Pa$. Przyspieszenie ziemskie wynosi $g = 10\ m/s^3$.

2 Model cieczowy ze stałą gęstością

Zakładamy, że powietrze przypomina ciecz nieściśliwą, która wszędzie ma gęstość ρ_0. Oznaczamy grubość warstwy atmosfery przez h_1. Ciśnienie powietrza rośnie liniowo wraz ze zbliżaniem się do powierzchni Ziemi, $p(h) = \rho_0 g h$, h rośnie od próżni w kierunku Ziemi. Ze wzoru na ciśnienie hydrostatyczne otrzymujemy

$$p(h_1) = \rho_0 g h_1 = p_0,\ h_1 = \frac{p_0}{g\rho_0} = 8.4\,km. \tag{1}$$

W tym modelu najwyższe góry na Ziemi praktycznie dochodziłyby do próżni.

3 Model z liniową gęstością

Zakładamy, że gęstość powietrza rośnie liniowo wraz ze zbliżaniem się do powierzchni Ziemi, $\rho(h) = ah$, $\rho(h_2) = ah_2 = \rho_0$, gdzie h_2 to grubość atmosfery w tym modelu. Obliczamy zmianę ciśnienia powietrza przy obniżeniu wysokości o Δh

$$\Delta p = \rho(h) g \Delta h = ahg\Delta h, \tag{2}$$

$$p(h) = agh^2/2,\ p_0 = p(h_2) = agh_2^2/2. \tag{3}$$

Mamy dwa równania i dwie niewiadome: a, h_2.

$$a = \frac{g\rho_0^2}{2p_0}, h_2 = \frac{2p_0}{g\rho_0} = 2h_1 = 16.8\,km, \tag{4}$$

$$\rho(h) = \rho_0 \times \left(\frac{\rho_0 g h}{2p_0}\right),\ p(h) = p_0 \times \left(\frac{\rho_0 g h}{2p_0}\right)^2. \tag{5}$$

Ciśnienie powietrza rośnie kwadratowo wraz ze zbliżaniem się do powierzchni Ziemi, h rośnie od próżni w kierunku Ziemi.

4 Model gazowy ze wzorem barometrycznym

Zakładamy, że powietrze jest gazem doskonałym o stałej temperaturze T. Na każdej wysokości spełnione jest równanie gazu $pV = nRT$, a stąd wynika, że $p/p_0 = \rho/\rho_0$. Widzimy, że w tym modelu gęstość jest proporcjonalna do ciśnienia. Obliczamy zmianę ciśnienia przy oddalaniu się od powierzchi Ziemi

$$\Delta p = -\rho g \Delta h = -\rho_0 g (p/p_0) \Delta h. \tag{6}$$

Po wykonianiu całkowania otrzymujemy wzór barometryczny [1]

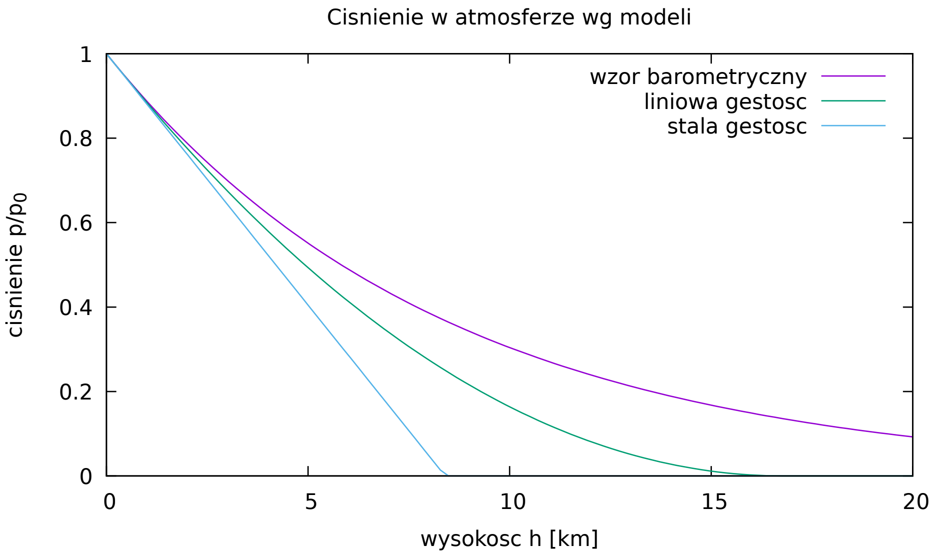
$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0}\right), \tag{7}$$

gdzie h oznacza wysokość nad poziomem morza.

Zależność ciśnienia od wysokości dla różnych modeli atmosfery przedstawia rysunek 4.

Literatura

[1] Wikipedia, Wzór barometryczny, 2024,
https://pl.wikipedia.org/wiki/Wz%C3%B3r_barometryczny.



Rysunek 1: Modele atmosfery.