

Matematyka dyskretna, zestaw 0.

- 0.1. Dane są zbiory $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$, $C = \{c, a\}$, $D = \{d, e, f\}$, $E = A \times C$ oraz $F = (B \cap E) \cup D$. Zapisz $\mathcal{P}(F)$.
- 0.2. Wiemy, że dla zbiorów A, B zachodzi $A \setminus B = \emptyset$, $A \cap B = \{\emptyset\}$ oraz $A \cup B = \{\emptyset, a\}$. Na tej podstawie wyznacz $\mathcal{P}(A \times B)$.
- 0.3. Przypomnij potrzebne definicje, udowodnij formalnie oraz zaprezentuj na rysunkach:

$$(A \times C) \cup (B \times D) \subseteq (A \cup B) \times (C \cup D), \quad (1)$$

$$(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D), \quad (2)$$

$$(A \times C) \setminus (B \times D) = (A \times (C \setminus D)) \cup ((A \setminus B) \times C). \quad (3)$$

- 0.4. Człowiek posiada cztery grupy krwi: A, B, AB oraz 0. Krew osób z grupy 0 może być podawana każdemu; osób z grup A oraz B osobom z grupy AB oraz, odpowiednio, A bądź B; osób z grupy AB jedynie osobom z tej samej grupy. Zinterpretuj te informacje jako relację binarną i opisz jej własności.
- 0.5. Podaj konkretny przykład relacji na zbiorze nie złożonym z liczb, która jest:
- przechodnia i symetryczna, ale nie zwrotna,
 - przechodnia i zwrotna, ale nie symetryczna,
 - zwrotna i symetryczna, ale nie przechodnia.
- 0.6. Zaproponuj relację równoważności na zbiorze liczb całkowitych $\mathcal{R} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, taką, że jej zbiór ilorazowy \mathbb{Z}/\mathcal{R} zawiera 5 elementów.
- 0.7. Na zbiorze wszystkich podzbiorów zbioru liczb całkowitych $\mathcal{P}(\mathbb{Z})$ określono relację $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{Z}) \times \mathcal{P}(\mathbb{Z})$ taką, że:

$$A\mathcal{R}B \iff A \cap \{0, 1, 2\} = B \cap \{0, 1, 2\}.$$

- Pokaż, że jest to relacja równoważności.
- Wyznacz klasę abstrakcji zbioru pustego $[\emptyset]_{\mathcal{R}}$.
- Znajdź liczbę elementów zbioru ilorazowego $\mathcal{P}(\mathbb{Z})/\mathcal{R}$.

Michał Bujak
Piotr Czarnik
Andrzej Kapanowski
Alicja Kawala
Jakub Mielczarek
Andrzej Rostworowski